

אינפי מתקדם 1 תשס"א תרגיל 9

25 בדצמבר 2000

- השאלות על כופלי לגרנז' וכן על מסילות.
1. תהי נתונה פונקציה ב- R^3 . $f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$. נביט ב- $E = \{\bar{x} \in R^3 : f(\bar{x}) = 1\}$ או קבוצה קומפקטית. מבין נקודותיה יש כאלה שמרחקן לראשית מקסימלי. מצאו את המרחק המקסימלי.
 2. יהי נתון האליפסואיד $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{5} = 1$. המישור $x + y + z = 0$ נחתך עם האליפסואיד באיזושהיא אליפסה. מצאו את אורכי הצירים הראשיים של אליפסה זו.
 3. נתונים a_i ממשים. $f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n -x_i \ln x_i + \sum_{i=1}^n a_i x_i$ פונקציה ב- R^n וכן הסימפלקס $A = \{(x_1, \dots, x_n) \in R^n : \sum_{i=1}^n x_i = 1; x_i \geq 0\}$. נזכר ש $0 \ln 0 = 0$. מצאו מקסימום לפונקציה על A .
 4. $f(t) = (t, t \sin \frac{1}{t})$ מסילה. $t \in [0, 1]$. $f(0) = (0, 0)$. הראו ש f היא מסילה בעלת אורך אינסופי.
 5. $f(t) = (t, \sin t, \cos t)$ מסילה. $t \in [0, 8\pi]$. חשבו את $l(f)$ אורך המסילה.
 6. יהי (X, d) מרחב מטרי כלשהוא. $f_n : [0, 1] \rightarrow X$ סדרת מסילות המתכנסות במידה שווה למסילה $f : [0, 1] \rightarrow X$ (מספיק פה אפילו התכנסות נקודתית). הוכיחו $\lim_{n \rightarrow \infty} l(f_n) \geq l(f)$.
- ב. תנו דוגמה לאי שוויון ממש.

חנוכה שמח