

אינפי מתקדם תשס"א תרגיל 1

31 באוקטובר 2000

1. הוכח:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \geq \left| \sum x_i^2 - \sum y_i^2 \right|$$

2. הוכח עבור $1 \leq p \leq 2$:

$$\sum |x_i + y_i|^p + \sum |x_i - y_i|^p \leq 2(\sum_{i=1}^n |x_i|^p + \sum_{i=1}^n |y_i|^p)$$

3. הוכח עבור $2 \leq p \leq \infty$:

$$\sum |x_i + y_i|^p + \sum |x_i - y_i|^p \geq 2(\sum_{i=1}^n |x_i|^p + \sum_{i=1}^n |y_i|^p)$$

4. הראה שיש שיון עבור $p = 2$.

5. תהינה X, Y קבוצות לא ריקות כלשהן. $A, B, C \subseteq Y$ ו- $f : X \rightarrow Y$ פונקציה

כלשהי. הוכח:

א. $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

ב. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$, $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

ג. $f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B) = f^{-1}(A \cap B)$

ד. $f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B) = f^{-1}(A \cup B)$

ה. $(f^{-1}(A))^c = f^{-1}(A^c)$

ו. אם $E, F \subseteq X$ אזי $f(E \cup F) = f(E) \cup f(F)$

ז. אבל $f(E \cap F) \subseteq f(E) \cap f(F)$

ח. $f^{-1}(f(E)) \supseteq E$, $f(f^{-1}(A)) = A$

ט. האם יש יחס הכרחי כלשהו בין $f(E)$ ל- $f(E^c)$

בהצלחה