אנליזה למהנדסים (1) - תרגיל 4 (לא להגשה)

6.11.2002

1. חשבו:
   (א) $\limsup_{n\to\infty} 2+\cos(\frac{\pi n}{2})$.
   (ב) $\liminf_{n\to\infty} 2+\cos(\frac{\pi n}{2})$.
   (ג) $\limsup_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{1+(-1)^n}$.
   (ד) $\liminf_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{1+(-1)^n}$.

2. יהיו $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ שתי פונקציות. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:
   (א) אם g על, אז $g\circ f$ על.
   (ב) אם f חח"ע, אז $g\circ f$ חח"ע.
   (ג) אם f מונוטונית עולה, g מונוטונית יורדת, אז $g\circ f$ מונוטונית יורדת.

3. תהי $f(x)=x^2-2x$. מצא $\delta>0$ התלוי ב-x_0 וב-ε כך ש
$$|x-x_0|<\delta \Rightarrow |f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$$
   עם ערכי ε הבאים:
$$\varepsilon=\frac{1}{10},\varepsilon=\frac{1}{100},\varepsilon=\frac{1}{1000}.$$

4. מצאו את הגבולות הבאים, צטטו את כל משפטי הגבולות עליהם אתם מסתמכים:
   (א) $\lim_{x\to 2} 3x$.
   (ב) $\lim_{x\to 3} 4x+3$.
   (ג) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+2x-1}{2x+2}$.
   (ד) $\lim_{x\to 0} \sqrt{5+\sqrt[3]{2x^5}}$.

5. קבעו באלו נקודות הפונקציות הבאות רציפות:
   (א) $$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+3x+2}{2x+2} & x\neq -1\\ \frac{1}{2} & x=-1\end{cases}$$
   (ב) $$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sin(x)} & x\neq m\pi, m\in\mathbb{Z}\\ 0 & x=m\pi, m\in\mathbb{Z}\end{cases}.$$

בשבוע הבא יתקיים בוחן.