טופולוגיה - תרגיל בית 13

① יהי $X\subseteq\mathbb{R}^n$, ויהי Y מרחב טופולוגי. נניח ש- $f:X\to Y$ פונקציה רציפה, שניתנת להרחבה לפונ' רציפה $\mathbb{R}^n\to Y$. אז $f_*:\pi_1(X,x_0)\to\pi_1(Y,y_0)$ טריוויאלית, כלומר שולחת כל מסילה ב-$\pi_1(X,x_0)$ למסילה הקבועה ב-$\pi_1(Y,y_0)$.

② א. בנו רטרקציה $r:\mathbb{R}^3\setminus\mathbb{R}^1\to S^1$, והסיקו מהו $\pi_1(\mathbb{R}^3\setminus\mathbb{R}^1)$.

ב. הראו שאין רטרקציה מהמרחב הפרויקטיבי $\mathbb{P}^2=S^2/_{x\sim -x}$ למעגל המשוכן בו $S^1=S^1/_{x\sim -x}$.

③ תהי $f:D^2\to\mathbb{R}^2$ פונקציה רציפה, כך ש-$(0,0)\notin f(S^1)$, וכן ההעתקה בין מחלקות מסילות $(f|_{S^1})_*:\pi_1(S^1)\to\pi_1(\mathbb{R}^2\setminus 0)$ אינה קבועה. הוכיחו שקיימת $x\in D^2$ כך ש-$f(x)=0$.

④ א. יהי X מרחב טופולוגי נורמלי, $J\subset X$ כך ש-$J\simeq D^2$. הוכח כי J רטרקציה של X.

ב. יהי X מרחב טופולוגי נורמלי, $J\subset X$ כך ש-$J\simeq S^1$. הראה דוגמה בה J רטרקט של X, ודוגמה בה J אינו רטרקט.