



תורת  
המשחחים  
כואן?

תורת המשחחים נולדה בענף מדעי חדש לפני 40 שנה לערך, עם פירסום חיבוריו של המתמטיקאי הנודע פון נוימן בנוסא. להכרה רחבה זכתה בשנת 1944 עם פירסום ספרם המשותף של פון נוימן ומורגןשטרן: "תורת המשחחים והתנהגות כלכלית". היו לכך מספר סיבות, ביניהן: הופעתו נושא מחקר חדשים בעקבות המלחמה בתחום האסטרטגיה והלוגיסטיקה, שהיו בשילים לטיפול באמצעות תורה זו, וההעדרוויות מצד העוסקים במדעי החברה שראו בה מנוף מתמטי, המאפשר להציג גישה מדעית לבניותיהם הסבוכות.

ובכן, מהי תורה המשחחים? האמנם עוסקת תורה זו במשחחים? כדי להשיב על כך פנו לפרופ' ישראל אומן (39) מהאוניברסיטה העברית בירושלים, אשר תורה המשחחים וכללה מתמטית הם שטח עיסוקו העיקרי.

זה יש מטרות שונות, איןני מתוכנן דока למטרות מוקוטבות. דוגמא לכך יכולת לשמש כמעט כל פעילות כלכלית: משא ומתן, מיקוח על המחיר בקנית מוצר כלשהו וכדומה מה. למשל, לאבן בחנות נעליים יש אותו אינטראס כמו לקונה, והוא, שהעסקה תבצע; אולם יש להם אינטראסים מנוגדים באשר למחיר. רוב המכנים שתורת המשחחים מטה' פلت בהם הם מסוג של ניגוד אינט- رسים מסוימים, כאשר את הקצה האחד של הספקטרום מצינו מצב של זהות אינטראסים מוחלט ואילו קצחו השני — מצב של ניגוד אינט- رسים מוחלט.

**פרופ' אומן:** השם בכלל אינו מוצלח. שם הרבה יותר הולם עבר ענף זה הוא, למשל, "תורת הקונפליקט והקוואופרציה".

התורה עוסקת במצבים, שימושתיפים בהם לפחות שני גורמים, בעלי מטרות שונות. הרבה מן הפעולות החשובות ביותר בעולם היא מסווג זה: פעילות כלכלית, פוליטית, צבאית. כਮובן גם משחחים ממש נמנים עם מצבים אלה, ובכלל הדמיון המתאפיים מטיפורמלי בין משחחים לבין המבצעים הרציניים האלה ניתן השם "תורת המשחחים".

כאשר אני אומר, שלגורמים במצב



שיחת  
עם פרופ' ישראל אומן,  
המכון למתמטיקה,  
האוניברסיטה העברית



נicht דוגמה אחרת, הזוכה לטיפולה של תורה המשחיקים — מלחמה. גם כאן המצב הוא לא של ניגוד אינטנסיבי מוחלט. אפשר לומר, שבמלה' חמה הכל מפסידים — לפחות מבי' חינת ראותה של החברה. אמנים קיימים מצבים טקטיים מסוימים — נגיד קרב בודד על מוצב מסוים מוחלט, אבל אם אתה מסתכל על מלכמת מנקודת מבט אסטרטגיית — אתה מגלה זהות אינטנסיבי יימת. או טול מצב מהישור הפור' ליטי: הרכבת קואליציה בתום הביצירות השחקנים במרקחה זה הם המפלגות; האינטראס המשותף לכורם — שאמנים תקום ממשלה; האינטראסים המנוגדים — הרצון של כל מפלגה להגביר את השפעתה עד כמה שאפשר, למשל עיי' קבלת תיר' קים רבים ככל האפשר.

## ■ ■ ■ על מפלגות וכיסאות ■ ■ ■

מה תורמת תורה המשחיקים למצב זה, האם היא יכולה לסייע או לעזוב בחלוקת הcisאות?

50 ציריים, אז הכח איןנו 30/120, 40/120 ו-50/50 בההתאמה.  
מדוע?

מן פניהו המצב הוא סימטרי למגורי — כל 2 מפלגות יכולות ביחד ליצור ממשלה, ואין אף מפלגה אחת שיכור לה לעשות כן. לכן, יש לכל מפלגה בדיק 1/3 של הכח, ומספר הזרים אינו רבנתי. עוד דוגמא: יש ארבע מפלגות, ומספר הזרים הוא 35, 35, 35, 15. במצב כזה כל שתי מפלגות גדולות יכולות יコלות ביחד ליצור ממשלה, ואי אפשר ליצור ממשלה בלבד, לפחות, שתי מפלגות גדולות; אבל צירוף המפלגה הקטנה יכול, כמובן, להיות יתרון מבחינה אחרת. מוגן, להיות יתרון מבחינה אחרת דות לאומית, או מבחינה שיקולית של העתיד. אולם מנקודות ראות של חיישובים פרלמנטריים קרים, אין המפלגה הקטנה יכולה בהווה לעזור

תורה המשחיקים יכולה לתרום מש-  
הו לכל אחד ואחד מהנושאים הללו. הגישות הנן בדרך כלל שוניות, אם כי קשרות זו לזו. והתשבות אין פס-

קניות, אולם הן שופכות אוור על המצב מכמה נקודות ראות. כזכור, איני יכול במסגרת זאת לסקר, או אפילו להזכיר, את כל הגישות; לכל היותר אוכל להגיד כמה מילימ' על אחת מהם.

למשל, על המדידה ה"כמותית" של כח המפלגות.

האם מספר הנציגים של כל מפלגה בכנסת לא מייצג את מידת הכח שלה? בהחלט לא. למשל, כוחה של מפלגה שיש לה 61 ציריים אינו 61/120; מפלגה זאת מחזיקה בעצם ב-100% של הכח! עוד דוגמא: אם יש סך הכל 3 מפלגות, ויש להם 30, 40, ו-

קודם כל, אין לדבר על תורה המשחיקים ועל שהוא מונוליטי. בעצם, הינו צרייכים לומר "תורה המשחיקים", מאחר שקיימות מספר גישות העוננות על שאלות שונות — וمتבלבות תוצאות השופכות אוור על המצב מנקודות ראות שונות. נגיד, למשל, שזה עתה התקימי בחירות לכנסת; מעוניינים לחזור את המצב החדש שנוצר. ישנן כמה וכמה שאלות רלבנטיות במצב כזה, כגון: איך קואליציה תיווצר? ואם תיווצר קואליציה מסוימת, מה תהיה חילוק התפקידים, וממי יותר למי ביחס להסכם הקואליציוני וביצועו? מה נדרש מפלגות לדדרש במועד הקואליציוני? איזו מידת יציבות תהיה לkoaליציה לכשתיווצר? האם אפשר לקואליציה לכשתיווצר? האם אפשר באופן כמוותי כלשהו לדוד את מידי דת הכח של כל מפלגה ומפלגה עוד לפני התחלת המועד הקואליציוני?

שמצאנו בדרך זו, ולפעמים מתקבּן  
לות תוצאות לא כל כך צפויות.

האם אתה יכול להביא דוגמה?

בוחלת. חשוב, למשל, על האפשרות שתקום ה"אלטרנטיבת" שכח מר' בים לדבר עלייה. זאת אומרת, שבכני סת יהיה שתי מפלגות גדולות, נגיד עם 40 צירים כל אחת; בעוד שיתר הזרים יתחלקו, נגיד בין 5 מפלגות קטנות, עם 8 צירים כל אחת. אז לכל מפלגה גדולה — עם כ-33% של הצירים — יש רק כ-29% של הכל; בעוד שלבכל מפלגה קטנה — עם כ-7% של הזרים — יש כ-9% של הכל! אפשר להגיד את זה אחרת: לכל ציר במפלגה קטנה יש 50% יותר כח מאשר בModelProperty!

האין זה ממש שמדובר הקטנות מהוות "לשונו מאזניהם"?

לא, אין זאת הסיבה. במקרה זה תוספת הכל למספר הקטנות באח דוקא מהפירוד. אם היו מתאחדות, הרי היינו מקבלים מצב סימטרי, וכך למפלגות הקטנות (אחרי האיחוד) היה נשאר כ-33% של הכל; בעוד שבסמך המפирוד יש להם כ-43% של הכל סך הכל. יתר על כן, ככל

של המפלגה הגדולה מתקרב ל-60%. אפשר לסכם את זה באימרה הידועה: **באחדות הכל, ובפירוד החולש.**

**בזה אין מהו חדש שלא ידענו.**

בגלל שזה תואם את נסינונו. למעשה, את התופעה של כח באחדות לא קל להבין כראוי — ודוקא לשם ריכשת הבנה לכך — וזהו שום משקף היטב את כל התופעות הנ"ל. תופעות אלה, אם כי אולי איןנו נוראים לעין מיד, אחרי שהסבירו לנו מושגים וטכניקות מדי, נצרך פשוט להסתפק בקביעה, שמדידת הכל לפי השיטה של שפלי תואמת במקורה זה את הנסינו ואת ההרגשה שלנו.

### ■ ■ ■ **הכח בפירוד**

המשך מעמוד 10 ביצירת קואליציה ממשתנית. כוחה הנה למעשה אפס.

**באיזו אופן משתקף מצב זה במדידה הרכומתית שהזכרנו?**

המתמטיקאי האמריקאי ל. שפל שמיינץ בהתחלה שנות ה-50 מגדיר כל דבר מעצים כאלה, ועוד זה של כח היבש את כל התופעות הנ"ל. משקף היטב את כל התופעות הנ"ל. תופעות אלה, אם כי אולי איןנו נוראים לעין מיד, אחרי שהסבירו לנו מושגים וטכניקות מדי, נצרך פשוט לשול המודד של שיפלי מובייל גם לתוצאות יותר עמוקות ויוטר מפתיעות.

נראה, למשל, מצב שהוא גמור לא דמיוני לבני דברי ימי מדינת ישראל — מצב של מפלגה אחת גדולה והרבה בה מפלגות קטנות. לשם פשטוטה ניקח, למשל, נסנת ובה חמיש/<sup>סיד</sup> עות — אחת עם 45 צירים, וחמש/<sup>שען</sup> עם 15 צירים כל אחת. לעומת, למשל, לגיה הגדולה יש כ-37 מהזרים; אבל אם נחשב את המצב של שפלי, להיבין תופעות ידועות, ועוד כמה שאפשר לאחד תופעות שונות. זאת אומרת, להסביר אותן ע"י עקרון אחד; את זה נוכחנו שהמודד של שפלי מסוגל לעשות (אם כי לא הסברנו זאת). אחר כך מפעלים על מצבים אחרים את העקרון החדש כל ייש לגודלה יותר כח ממה שהיה אפשר לצפות על סמך יחס ציריה בלבד. וככל שהפירוד בין המפלגות המפלגה הגדולה. אם, למשל, למפה לגיה הגדולה יש 40 צירים, אבל כל יתר הזרים מחולקים בין הרבה ממד מפלגות קטנות מאד, אז הכל



## ■ על עכברים ואנשיים ■

אני מבין שתורת המשחקים מניחה מראש, כי הצדדים פועלים בכוונה רצינית ולא יעשו מהלכים אוווי-ליים שנזקם גלי לעין. מה תועלתה של גישה כזו את אשר הצדדים אינם פועלים רק עפ"י שיקול רצינלי, כמו לדוגמה המצביעים הגורמיים והצרפתיים בקרוב ורדן המפורטים? אני יודע מה קרה בורדן, אולם אני מוכರת לסתור את הנחתך הבסיסית, שתורת המשחקים מבוססת על ה- הנחה שכל הצדדים פועלים בהכרח בכוונה רצינלית. יש הרבה מצבים שאין הנחה כזו נחוצה.

ניח דוגמה משחק, שעליו דבריו באחת התכניות שבודרה בשידורי ישראל, "על עכברים ואנשיים". הכללים היו כלהלן: אם שני השחקנים אמרים שחזור — שניים זוכים בחצי ליראה מהקופה; אם שניהם אמרים אדום — שניהם משלמים ליראה לקופה. אם אחד אומר אדום והשני אומר שחזור — זה שאומר שחזור משלם ליראו ליראה. תחילה הזיהה של כל אחד מהם תלוי במתכנייריבו. מצד שני, אי אפשר לסמן לגמרי על האינטיליגנציה של היריב שיבחר בשחור, כיון שהלה מונע ע"י יער התחרויות (וחסר אמון ביריבו), המפתח אותו לשני דברים: רוחה של ליראה למלה וחיסול היריב. מה במרקם כזה אומרת תורה המשחחים?

לא צריך כאן את תורה המשחקים. השכל הישר אומר, שצריך לבחור אדום. כמובן, גם תורה המשחקים מאשרת מסקנה זו. כדי לראות יותר טוב מה קורה, נציג טבלה של המצב:

אדום שחזור	
שחור	אדום
$\frac{1}{2}$ ; $\frac{1}{2}$ ; 1	1 ; -1
-1 ; 1	1 ; -1
אדום	אדום

השורות מסמלות את הבחירה של השחקן הראשון, העמודות — הבחירה של השחקן השני; במשבצות ראשונות התוצאות, כאשר המספר הראשוני הוא התשלום לשחקן הראשון והמספר השני התשלום לשחקן השני.

ברור עכשו, האם תיבחר אדום זה לא יכול להזיק לך, אך עשוי להויעיל לך. ביטר פירוט: אם השחקן

בוקר לנושאים כמו האioms בשינוות, כך גובר כוחן; אם הן קטנות מאוד, כך המכפלות הגדולות יותר עד 25%, בעוד שלקטנות ביחס אליה כ-50% של הערך. במקרה זה אפשר להגיד שבירוד הערך, ובאחד דות החולשה.

זה נשמע כמו נוגד לשכל הישר. אני רואה שהצלהתי להפתיע אותך יותר מדי.

האם לא תוכל להסביר זאת יותר? בערך, אפשר להגיד שהסיכויים שתהיי יותר קואליציה בין שני הגדלים היא כאשר הקטנים כאשר הקטנים מפוזרים. למעשה מכך סימטרי, ויש סיכוי לכך שתיווצר קואליציה בין הגדלים המאוחרים. עקרונות כלכליים של הכלכלה עם מושגים יסוד של תורה המשחקים. עקרונות כלכליים אלה מתגילים לא בדבר העומד בפני עצמו, אבל ככלך של מערכות המושגים של תורה המשחקים — מושגים התופשים לא רק בכלכלת הכלכלה, אלא גם במידע חברה אחרים, ובכל מקום שיש שכן טראקציה בין גורמים אנושיים שונים.

פון נוימן ומורגןשטרן קראו בספרם "תורת המשחקים וה坦גאות כלכליות". האם ספר זה לא הכליל כבר אפליקציות של תורה המשחקים לכלכלת?

כמעט שלא. פון נוימן ומורגןשטרן הצהירו, שמטרתם העיקרית היא לפתח תיאוריה היוכלה לשמש בסיס לכלכלה. הם התחילה את פיתוח התיאוריה, אבל בכלל לא התימרו לנסות לבסס את הכלכלת על תאוריה זהה, זאת הייתה הינה רק תחזית ותקווה. כעת זה מתחילה להתגשם.

מדוע זה לוקח כל כך הרבה זמן? הרי ספרם הופיע לפני חצי יובל שנה.

מהניסיון הראשוני לטפס על הר אבן רסט ועד לכיבושו עברו יותר משלו שים שנה. והלא שם הייתה מטרת מוגדרת וברורה, עיקרי הכללים והטכניות כבר פותחו. כדי לציין גם, שבמסוף של דבר בא הניסיון הראשוני המצליח לטפס על ההר מכיוון למג' רי אחר מרוב הניסיונות הקודמים. תורה המשחקים לא הייתה מושלמת וגמרה מיד עם הופעת הספר של פון נוימן ומורגןשטרן; היה צורך לגash בערפל הרבה שנים, לפתח מושגים וגישות, לפתח כלים וטכניות. הענינים פשוט לא היו בשלים לפני כן, לפעמים צרייך להימנע מבלוקים כהשעה בשלה כך.

## ■ ■ ■ בין רעיון להגשותו ■ ■ ■

ניבור ליישומים. מה תרומה תורה המשחקים במשך 40 שנים קיומה לענפי הכלכלת וענפים אחרים של מדעי החברה?

עיקרי התמורות היו ארבעה ענפים: כלכלה, בעיות צבאיות טקטיות, ביוט "איסטרטגיות" ופוליטיקה. בכלל אחד מהשתחים האלה הייתה עיקר התרומה בצד התיאורטי, הרעיוני. בעזרת תורה המשחקים גלו עקרונות חשובים, או שהצליחו להבין יותר טוב תופעות ידועות. חלק מהתרומה הוא בהחדרת דרך מה שבסימתה — לא תמיד יש צורך להשתמש במשפט מתמטי עמוק. אני חשב שעיקרי התרומה הוא בפתרונות נומיים של בעיות מעשיות נתוניות, אם כי היו גם מקרים כאלה. למה אתה מתכוון כאשר אתה אומר "בעיות איסטרטגיות"?

במשחק זה הוא צריך לסמוך שיריד  
בו אינטלקטואלי מספק כדי לבחרו  
שחור — שלא כבמשחק הראשוני,  
שם אתה בוחר באדום בין שיריד  
אינטלקטואלי או לא.

**פרופ' אומן, באיזו מידת אתה צופה  
העתקת היישומים של תורה המשי-  
חקים בתחום הכלכלה והחברה  
השווים?**

קצת המחקר באפליקציות לכלכלה  
גובר וஹלך כל הזמן, ואני חושב  
שגם על המישור הפוליטי יושם דגש  
יותר חזק בעתיד. נוסף לזה יש מע-  
רכות שיש להן גםצד פוליטי וגםצד  
כלכלי, ותורת המשחקים יכולה לסייע  
רומ הרבה בשטח זה. אני חושב שתו-  
رت המשחקים יכולה להיות גורם  
מאחד בין הענפים השונים של מדעי  
החברה.

**כיצד אתה מתיחס לביטויי האכזבה  
מצד הסוציאולוגים לגבי תורה המשי-  
חקים?**

לא שמעתי על ביטויי אכזבה מצד  
סוציאולוגים. אבל אם יש כאן, זה  
לא מאייג אותן. אם היהה בהתחלה  
התלהבות יתרה מזויה מצידם, היא היתה  
אולי מוקדמת; ואם יש עכשו אכז-  
בה, גם היא מוקדמת. בבר אמרתני,  
שהיו בזמן האחרון כמה אפליקצי-  
יות חשובות של תורה המשחקים  
בענפים שונים של מדעי החברה. אני  
סבירו, שקצב התפתחותה של תורה  
המשחקים והאפליקציות שלה מעיד,  
שתורה זאת יכולה לתמוך הרבה. ●●●



כאן כדאי לשני הצדדים לבחור שחור  
ולהרוויח 5. אבל, בזה שהם בוחרים  
שחור הם סומכים במידה מסוימת  
על האינטלקטואלי של הריב. מפמי  
שאם שני "אינו מסתף פוללה"  
ובוחר אדום. מצד שני כל אחד יכול  
מקבל אפס. מצד שלישי שחור  
להבטיח לעצמו 1 אם יבחר אדום.  
כלומר, כאשר שחקן בוחר שחור

השני בוחר שחור — אתה מרוויח;  
אם גם הוא בוחר אדום ממילא לא  
משנה מה שתיבחר — בכל מקרה  
תקבל 1-, כיון שאתה לא יכול  
להשפי על התוצאה, היא איננה  
בידך.

**זאת בירה בנוסח "תמות נפשי עם  
פלשטים".**

לא הייתי מוגדר את המצב במילויים  
אליה. בכלל אופן, אין מה לעשות נגד  
זה. אם הצדדים אינם יכולים לבוא  
להסכם מראש — אין מנוס מ투ואה  
כזאת. אבל, אני רוצה להציג, שככל  
זה נכון אך ורק כאשר משחקים את  
המשחק פעם אחת ויחידה; אם  
מוסיפים לשחק בו הרבה פעמים,  
הרי המצב שונה לגמרי, ויש אפשרות  
שהשחקנים יבחרו דווקא בשחורי  
שחור חלק גדול מהזמן.

**הית אומר, שלאינטלקטואלי של  
הריב אין אף פעם תפקיד בתורת  
המשחקים?**

לא, זה מוגן. קח, למשל, אותו מש-  
חק, רק שטבלתו היא:

אדום	שחור	
5 ; 5	שחור	
1 ; 0	אדום	1 ; 1